# Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

## Определители

В библиотеке numpy определитель вычисляется с помощью функции numpy.linalg.det(A).

### Вычисление определителя

import numpy as np

A = np.array([[1, 2, 0], [1, 3, 4], [2, 3, 11]])

print(f'Матрица:\n{A}')

print(f'Определитель:\n{np.linalg.det(A):.0f}')

# Проверим, что при транспонировании матрицы ее определитель не изменяется:

print(f'Транспонированная матрица:\n{A.T}')

print(f'Определитель:\n{np.linalg.det(A.T):.0f}')

**Результат**:

Матрица:

[[ 1 2 0]

[ 1 3 4]

[ 2 3 11]]

Транспонированная матрица:

[[ 1 1 2]

[ 2 3 3]

[ 0 4 11]]

Определитель:

15

### О численном методе

Важно иметь в виду, что определитель в приведенном примере считается численно. Поэтому даже для простых матриц может присутствовать погрешность численного метода. Например, при расчете нулевого определителя будет выведен не точно нулевой результат:

b = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]])

np.linalg.det(b)

Результат: 6.7e-16

### Ранг матрицы

c = np.array([[1, 1, 1, 1], [1, 1, 1, 1], [1, 1, 1, 1], [1, 1, 1, 1]], float)

print(c)

np.linalg.matrix\_rank(b, 0.0001)

Результат:

[[ 1. 1. 1. 1.]

[ 1. 1. 1. 1.]

[ 1. 1. 1. 1.]

[ 1. 1. 1. 1.]]

1 (вычислен ранг)

## СЛАУ

В общем случае, СЛАУ – это система m линейных уравнений с n неизвестными.

### Решение СЛАУ с квадратной матрицей

В библиотеке numpy.linalg.solve определитель вычисляется с помощью функции numpy.linalg.det(A):

A = np.array([[3, 2], [3, -4]])

B = np.array([4, 1])

np.linalg.solve(A, B)

Решение СЛАУ через обращение матрицы

A1 = np.linalg.inv(A)

print(A1)

print("det =", np.linalg.det(A))

np.dot(A1, B)

**Результат:** и в первом, и во втором случаях будет выдан массив: array([1. , 0.5])

### Графическое решение СЛАУ

import numpy as np

import matplotlib.pyplot as plt

import math

x = np.linspace(-5, 10, 21)

y = 4 \* x - 4

y2 = (-1/4) \* x + 9/2

plt.ylim(-2,8)

plt.xlim(-5,10)

plt.plot(x,y)

plt.plot(x,y2)

plt.xlabel("x")

plt.ylabel("y")

# Нарисуем сетку, чтобы убедиться в разном масштабе осей:

plt.grid(True)

plt.show()

Результат: единственное решение – точка пересечения графиков (2,4)

Изображение выглядит как линия, диаграмма, График, Параллельный

Автоматически созданное описание

### Пример: недоопределенные СЛАУ

Рассмотрим систему из 1-го уравнения x + 2y = 12:

x = np.linspace(-1, 5, 201)

plt.plot(x, 6 - 0.5 \* x)

plt.xlabel('x')

plt.ylabel('y')

plt.grid(True)

plt.show()

Изображение выглядит как линия, снимок экрана, График, прямоугольный

Автоматически созданное описание

def Q(x, y):

    return (x\*\*2 + y\*\*2)

x = np.linspace(-1, 5, 201)

plt.plot(x, Q(x, 6 - 0.5 \* x))

plt.xlabel('x')

plt.ylabel('y')

plt.grid(True)

plt.show()

Изображение выглядит как линия, График, снимок экрана, диаграмма

Автоматически созданное описание

A = np.array([[1, 2]])

B = np.array([12])

np.linalg.lstsq(A, B)

**Результат:** псевдорешение array([2.4, 4.8])

### Пример: плохо обусловленные СЛАУ

Рассмотрим систему двух уравнений:

x + 2y = 3  
2x + 4.1y = 5

A = np.array([[1, 2], [2, 4.1]])

B = np.array([3, 5])

x = np.linspace(-1, 500, 201)

plt.plot(x, 3/2 - 0.5 \* x)

plt.plot(x, 5/4.1 - (2/4.1) \* x)

plt.xlabel('x')

plt.ylabel('y')

plt.grid(True)

plt.show()

np.linalg.solve(A, B)

Изображение выглядит как линия, снимок экрана, График

Автоматически созданное описание

## Задания

#### Задание 1:

Проверьте на примерах следующие свойства определителей:

1. Определитель не меняется при транспонировании.

2. При перестановке двух соседних строк (столбцов) определитель меняет знак.

3. Определитель с двумя одинаковыми строками (столбцами) равен нулю.

4. Общий множитель строки (столбца) можно выносить за знак определителя.

5. Если все элементы некоторой строки (столбца) равны нулю, то определитель равен нулю.

6. Если все элементы двух строк (или двух столбцов) пропорциональны, то определитель равен нулю.

7. Если к элементам некоторой строки (столбца) прибавить соответствующие элементы другой строки (столбца), предварительно умножив их на одно и то же отличное от нуля число, то определитель не изменится.

#### Задание 2:

Найдите нормальное псевдорешение системы

x + 2y - z = 1

8x - 5y +2z = 12